



VOL. 19, Nº3 (Dic.-Sept. 2015)

ISSN 1138-414X (edición papel)

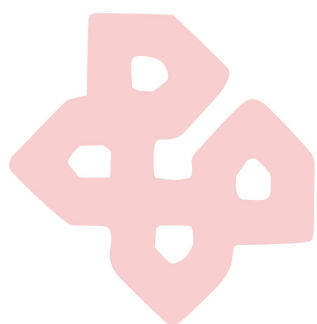
ISSN 1989-639X (edición electrónica)

Fecha de recepción 18/09/2014

Fecha de aceptación 07/01/2015

MATEMÁTICAS ESCOLARES Y CAMBIO CURRICULAR (1945-2014). EL CASO DE LOS NÚMEROS RACIONALES

School mathematics and curriculum change (1945-2014). The case of rational numbers



Elena Castro-Rodríguez, José L. Lupiáñez, Juan F. Ruiz-Hidalgo, Luis Rico y Ángel Díez
Universidad de Granada

E-mail: elenacastro@ugr.es, lupi@ugr.es, jfruiz@ugr.es,
lrico@ugr.es, e4505354@ugr.es

Resumen:

En este artículo se presenta un análisis descriptivo y comparativo de cuatro programas de matemáticas que han estado vigentes en España desde 1945 hasta 2014. Este estudio diacrónico se centra en analizar el tratamiento de las matemáticas en cada uno de ellos y se aborda tomando como referencia el sistema de los números racionales, mediante el método del análisis de contenido. Las semejanzas y diferencias entre los cuatro programas ponen de manifiesto énfasis, prioridades y concepciones del currículo escolar de matemáticas en momentos muy distintos en nuestro país.

Palabras clave: Cambio curricular, Currículo de matemáticas, Educación obligatoria, Estudio diacrónico, Sistema de los números racionales

Abstract:

This paper presents a descriptive and comparative analysis of four math programs that have been into effect in Spain from 1945 to 2014. This diachronic study focuses on the analysis of treatment of mathematics in each of them, with the rational numbers like benchmark and by using a content analysis method. The similarities and differences among the four programs show emphasis, priorities and conceptions of the school mathematics curriculum at different times in our country.

Key words: *Curriculum change, Mathematics Curriculum, Compulsory education, Diachronic study, Rational numbers*

1. Introducción

El sistema educativo ofrece a cada persona “el medio más adecuado para construir su personalidad, desarrollar al máximo sus capacidades, conformar su propia identidad personal y configurar su propia comprensión de la realidad, integrando la dimensión cognoscitiva, la afectiva y la axiológica” (Ministerio de Educación y Ciencia, 2006a, p. 17158). Los cambios y las necesidades sociales que se producen en países avanzados suelen tener marcadas implicaciones en sus respectivos sistemas educativos. Las recientes transformaciones educativas en España no son ajenas a esta dinámica. Las reformas actuales adaptan el currículo oficial de la educación obligatoria española a un sistema de enseñanza y aprendizaje basado en el desarrollo de competencias. En él, el alumno debe ser evaluado más por el modo en el que emplea y utiliza los conocimientos adquiridos en una variedad de contextos y situaciones, que por los propios conocimientos que ha aprendido. Pero no siempre ha sido así, cada reforma educativa que se ha implementado en España ha incorporado cambios con el propósito de atender necesidades sociales desde la escuela, a fin de que proporcione un entrenamiento intelectual, social y profesionalmente útil a los escolares y les prepare lo mejor posible para participar de la cultura y formar parte de la sociedad de cada momento.

En las sociedades modernas, el sistema educativo tiene en el currículo su principal fundamento, estructurado como propuesta de planificación y actuación educativa (Rico y Lupiáñez, 2008). En un currículo se concretan una serie de principios epistemológicos, pedagógicos y psicopedagógicos que, en su conjunto, encauzan y definen la orientación general del sistema educativo correspondiente (Jonnaert, Barrette, Masciotra y Yaya, 2008). También se consideran y organizan una gran variedad de conocimientos y se atiende a la complejidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje de cada disciplina, entre ellas las matemáticas.

Las sucesivas propuestas curriculares para el área de matemáticas en España son el resultado de condiciones político-sociales del momento en el que se promulgan, de la influencia de las teorías de aprendizaje preponderantes y de las teorías epistemológicas sobre la naturaleza del conocimiento matemático, que se inician a finales del siglo diecinueve y se desarrollan con intensidad en el siglo veinte. Si bien todos ellos están presentes, estos tres elementos no han tenido la misma importancia en la concreción de cada uno de los cambios curriculares.

Aunque, “la noción de currículo se ha mostrado (...) singularmente productiva para caracterizar la formación matemática de los escolares durante el periodo de la educación obligatoria” (Rico, Díez, Castro y Lupiáñez, 2011, p. 140), parece fundamental destacar que esta noción es también importante para la labor del profesor. Niss (2006) caracteriza un modelo de profesor competente para enseñar matemáticas y dentro de ese modelo, destaca una faceta curricular que debe formar parte de sus conocimientos y habilidades. Esta faceta tiene que ver con las capacidades para analizar, evaluar, relacionar e implementar programas formativos y currículos (p. 44). También son reconocidas las implicaciones de las directrices y recomendaciones curriculares en las actividades de aula: “Lo que sucede en el aula es también, en buena medida, el resultado de factores, procesos y decisiones que tienen su origen en otros ámbitos o niveles como, por ejemplo, (...) el currículo” (Coll y Sánchez, 2008, p. 21). Cuando se aíslan las directrices curriculares de otros aspectos de la realidad

educativa, como la labor del profesor, surgen problemas e inconvenientes que van precisamente en detrimento de esa propuesta curricular (Harris y Burn, 2011).

Investigaciones centradas en una comparativa curricular, ponen de manifiesto cómo caracterizar propuestas y reformas curriculares, incluso en aquellos países con larga tradición en currículos prescriptivos (Bennet, 2005; Oberhuemer, 2005). Por lo general, las reformas curriculares persiguen la mejora de la educación (Calderhead, 2001), si bien es interesante analizar cómo estos cambios proponen una conceptualización diferente de algunas materias que expresan unas prioridades y preferencias formativas para los escolares.

La comparativa curricular puede ser transversal, entre los currículos de diferentes países en un momento dado, o bien longitudinal, entre los sucesivos currículos que se hayan implementado a lo largo del tiempo en un solo país. Esta última opción es la que se ha utilizado en este trabajo ya que proporciona información que ayuda a interpretar y explicar las actuales propuestas curriculares, así como las rémoras que acarrean los profesores en activo, sus creencias sobre prácticas escolares y los resultados pretendidos por el currículo actual. Para los profesores en formación, documentar la evolución del currículo escolar en áreas específicas de conocimiento como las matemáticas, entender las razones de su cambio, y el porqué de las propuestas actuales tanto a nivel general como de un área específica, les ayuda a comprender qué hay de novedoso en las prácticas curriculares actuales y cuáles han sido desechadas por inadecuadas.

Por ello, debido a la importancia que tiene el currículo en la formación de los escolares y en la labor del profesor, este estudio se ha centrado en un tema matemático problemático para los escolares y profesores en formación: los números racionales (Tato et al., 2012; Park, 2013). Este contenido es un foco importante de investigación en educación matemática que ha recibido atención a lo largo de las últimas décadas (Carpenter, Fennema, y Romberg, 1993; Newton, 2008). Sin embargo, la mayoría de los estudios sobre los números racionales muestran que es necesario seguir estas investigaciones desde diversas perspectivas, entre ellas la curricular (Domoney, 2001; Tichá y Höspesová, 2013).

Concretamente, en este trabajo se lleva a cabo un estudio descriptivo y comparativo entre los diferentes currículos españoles de matemáticas que se han sucedido desde la Guerra Civil, sobre la base del estudio de Díez (2012). Estas comparaciones pueden centrarse en una amplia variedad de dimensiones (Drake, 2011) y, en este caso, se muestran diferencias sustantivas en la concepción y en el significado con el que se presentan los números racionales en cada uno de los cuatro programas que han estado vigentes en España entre 1945 y 2014.

2. Método

Esta investigación es un estudio diacrónico que se caracteriza desde un punto de vista metodológico como un estudio descriptivo y comparativo de documentos históricos.

Dado que el trabajo es un estudio comparativo de documentos, se considera adecuado usar como método el análisis de contenido. Esta técnica de recogida y resumen de los datos tiene como finalidad descubrir la estructura interna del texto, estudiando para ello su contenido semántico (Cohen, Manion y Morrison, 2011). Para realizar el análisis de contenido, se siguen los pasos descritos por Hernández-Sampieri, Fernández-Collado y Baptista (2008).

Este proceso, que duró un total de cuatro meses, constó de siete etapas descritas a continuación.

La primera etapa consistió en definir y extraer la muestra. En este caso, las fuentes analizadas fueron los documentos históricos correspondientes a planes de estudio y programas determinados por los cuatro currículos españoles que se han desarrollado durante el periodo comprendido entre 1945 y 2014. Dichos planes de formación fueron:

El currículo derivado de la Ley de Educación Primaria (LEP) de 1945, establecido por los Cuestionarios Nacionales para la Enseñanza Primaria (Ministerio de Educación Nacional, 1955).

El currículo determinado por la Ley General de Educación (LGE) de 1970, según las Nuevas Orientaciones para la Educación General Básica (Ministerio de Educación y Ciencia, 1971).

El programa establecido por la Ley de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE) de 1990, derivado de las enseñanzas mínimas para matemáticas en la Educación Primaria y la Educación Secundaria Obligatoria (Ministerio de Educación y Ciencia, 1990).

El currículo derivado de la Ley Orgánica de Educación (LOE) de 2006, que definen los Reales Decretos de enseñanzas mínimas para Primaria y Secundaria (Ministerio de Educación y Ciencia, 2006a).

En este estudio no se incluye el análisis de la LOMCE (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2013a), pues en el momento en que se realizó la investigación, los currículos derivados de esta ley educativa no estaban ni desarrollados por completo ni implantados. En el curso académico 2014-2015, únicamente están en marcha para los cursos 1º, 3º y 5º de educación primaria (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2013b). Esta ausencia de desarrollo por ciclos no permite la aplicación de los descriptores seleccionados en esta investigación.

La comparación de estos currículos se puede realizar desde distintos niveles de generalidad (Rico, 1997). Primero, desde los fines generales, estructura y organización del sistema; segundo nivel, desde el plan de formación para cada una de las etapas; tercer nivel, desde la especificidad de cada área de conocimiento, desglosando en contenidos los programas de cada una de las materias por ciclos y niveles. El presente trabajo se sitúa en este tercer nivel, pues se considera que, además de la filosofía con la que se plantean los cambios curriculares, en cada área específica se producen cambios que vienen inducidos por su propia idiosincrasia.

Las fuentes utilizadas para la comparación de los currículos han sido los documentos normativos, clasificados en este estudio como fuentes primarias (Ministerio de Educación Nacional, 1955; Ministerio de Educación y Ciencia, 1991a, 1991b, 1991c, 1992a, 1992b, 2006b, 2006c, 2007a, 2007b). En el caso del currículo de la EGB, según la LGE de 1970, los documentos curriculares no proporcionan un desglose de contenidos por niveles, por lo que la estrategia elegida ha consistido en utilizar una fuente secundaria, los resultados de la Investigación Granada-Mats (Rico et al., 1985).

Se siguió el esquema de McMillan y Schumacher (2005) con respecto al procedimiento utilizado tras la selección y localización de las fuentes, como muestra en líneas generales, el esquema de la figura 1:

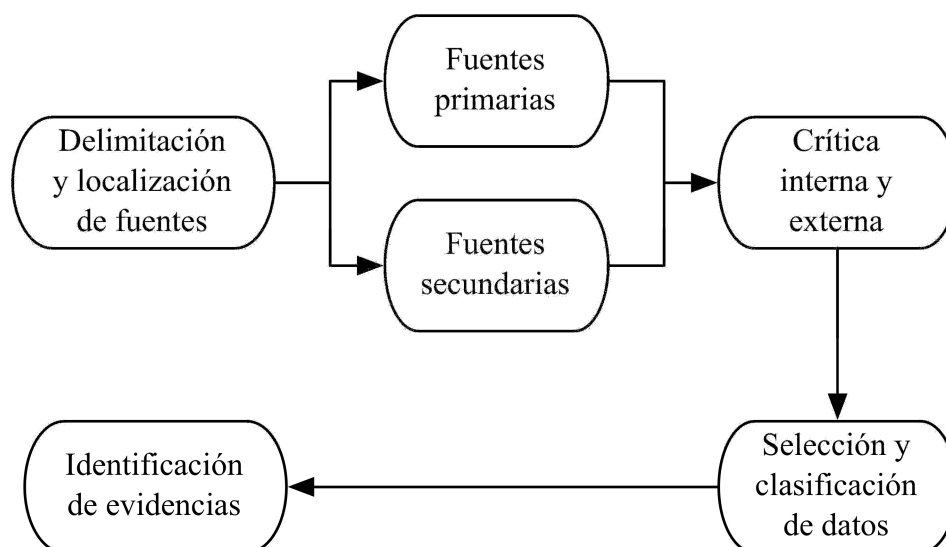


Figura 1. Procedimiento de delimitación y análisis de las fuentes primarias y secundarias (McMillan y Schumacher, 2005, p. 532)

Las técnicas de crítica externa e interna se aplicaron a todas las fuentes por tres de los investigadores. La crítica externa consistió en determinar la autenticidad de la fuente, para ello se discernió si el documento derivado de cada ley de educación era una publicación original o una variante. Simultáneamente, se aplicó la técnica de crítica interna para establecer la credibilidad, exactitud y fiabilidad de los documentos.

Una segunda etapa en el análisis de contenido consistió en establecer y definir las unidades de análisis. Las unidades de análisis empleadas han sido las descripciones explícitas de los contenidos relativos a los números racionales.

Posteriormente, en la tercera etapa, se establecieron y se definieron las variables de investigación.

La primera de ellas identificó la ley de la que procede el dato considerado. Se denominó “Ley educativa en función de la cual surge el currículo analizado” y toma los valores LEP, LGE, LOGSE y LOE.

La segunda variable representa la edad en que los escolares deben aprender el contenido curricular. Se denominó esta variable “Edad de formación”. Las edades se agruparon por ciclos y/o cursos, dependiendo de la información incluida en cada currículo. En la LOE, por ejemplo, la educación primaria se organiza por ciclos y la educación secundaria por cursos. Esa caracterización ha determinado los valores de esta variable.

Por último, la tercera variable se corresponde con los estándares establecidos por el National Council of Teacher of Mathematics (NCTM, 2003). Se denominó esta variable como “Estándar”, y sus valores aparecen descritos en la tabla 1.

Para precisar esta tercera variable consideramos una fuente curricular externa al sistema educativo español que sirvió como referente de comparación. Esta elección permitió clasificar los contenidos específicos en cada nivel y para cada plan según unas expectativas generales de aprendizaje externas a los propios planes. En el caso de la aritmética, estas expectativas establecieron cuatro prioridades: entender los números, representaciones, relaciones y sistemas de numeración; entender los significados de las operaciones y cómo se

relacionan unas con otras; operar fluidamente y hacer estimaciones razonables; resolver problemas (p. 34). La descripción de cada una de esas expectativas permitió delimitar las nociones o términos sobre números racionales que se recogen en la Tabla 1.

Tabla 1. *Nociones y términos que aparecen en los documentos curriculares y su relación con los estándares curriculares del NTCM.*

Estándar	Nociones
Entender los números, representaciones, relaciones y sistemas de numeración	Noción de Fracción / Quebrado
	Equivalencia de fracciones
	Representación de fracciones
	Comparación/orden de fracciones
	Paso de fracción a decimal
	Noción de Decimal
	Representación de decimales
	Comparación/orden decimales
	Noción de Porcentaje
	Uso de los números racionales en la vida cotidiana
Entender los significados de las operaciones y cómo se relacionan unas con otras	+/- de fracciones
	x/: de fracciones
	+/- de decimales
	x/: de decimales
	Uso de las operaciones en la vida cotidiana
Operar fluidamente y hacer estimaciones razonables	Ejercicios de cálculo con fracciones
	Ejercicios de cálculo con decimales
	Estimación de resultados
	Cálculo mental
	Uso de calculadora
Resolución de problemas	Problemas de fracciones
	Problemas de +/- de fracciones
	Problemas de x/: de fracciones
	Problemas de decimales
	Problemas de +/- de decimales

Estándar	Nociones
	Problemas de $\times/:$ de decimales
	Problemas de porcentajes

En una cuarta etapa, se seleccionaron los codificadores y se elaboraron las hojas de codificación. Los codificadores fueron tres investigadores autores de este estudio. Las hojas de codificación fueron tablas organizadas según las tres variables descritas. Se ordenaron en 6 tablas que se corresponden con 6 cursos escolares, desde 7-8 años (edad en la que aparece la primera noción relativa a números racionales) hasta 13-14 años. Cada tabla contiene cuatro columnas y cuatro filas, correspondientes a las cuatro leyes educativas (variable 1), y a los cuatro estándares (variable 3) respectivamente.

La codificación de los datos comprendió la quinta etapa. Para ello, se identificaron los datos de interés para el estudio, es decir, todas las palabras, términos o símbolos sobre contenidos de los números racionales presentes en cada uno de los documentos mencionados, de los ciclos y niveles comprendidos entre los 6 y 14 años. Aunque la información obtenida hasta el momento permitía realizar comparaciones entre los currículos y señalar cambios y peculiaridades sobre números racionales en cada programa, se ampliaron los datos incluyendo aquellos términos sobre números racionales presentes en los apartados de introducción y evaluación de cada uno de los ciclos y cursos de los programas derivados de la LOGSE y la LOE para el periodo de la educación obligatoria. Una vez recogidos todos los datos, se organizaron en las tablas descritas.

Llegados a este punto, con el fin de obtener una mayor fiabilidad en la observación, se estableció la confiabilidad de los codificadores. Para ello, la quinta etapa de codificación fue realizada de forma independiente por los tres codificadores. Al finalizar su proceso, las tablas e información obtenidas fueron comparadas y revisadas hasta que no hubo ninguna discrepancias entre ellas.

Por último, en la séptima etapa se procedió a vaciar los datos de las tablas de las hojas de codificación y realizar una síntesis. En cada una de las tablas aparecieron elementos clave (suma y resta de fracciones, equivalencia de fracciones, cálculo mental,...) que permitieron sintetizar las ideas en tópicos e interpretar los resultados.

Puesto que la información obtenida en el proceso de análisis de contenido era suficientemente rica y adecuada para el propósito del trabajo, no se consideró necesario usar técnicas de análisis adicionales.

3. Resultados

Se presentan a continuación cuatro apartados, en cada uno de los cuales se describen los datos según uno de los estándares establecidos por el NCTM (variable 3) y se discuten. Para cada uno de estos apartados la información se resume mediante tablas que muestran la información según las otras dos variables: las columnas corresponden a los diferentes marcos normativos de los documentos consultados (variable 1) y las filas a los contenidos relacionados con cada estándar del NCTM, que coinciden en los cuatro currículos y son importantes. Más concretamente, la tabla 2 corresponde al estándar o categoría entender los

números, representaciones, relaciones y sistemas de numeración; la tabla 3 corresponde al estándar entender los significados de las operaciones y cómo se relacionan unas con otras; la tabla 4 está dedicada a la categoría operar fluidamente y hacer estimaciones razonables; mientras que la tabla 5 corresponde al estándar resolución de problemas.

En cada celda de las tablas aparece la edad en la cual la ley indicada en la columna introduce los contenidos enunciados en la fila. La edad se ajusta a un curso o ciclo según la norma de que procede. Los documentos de las leyes LEP y LGE, establecen los contenidos por cursos, que no coinciden con los establecidos para la LOGSE y LOE, puesto que esos documentos hacen la distinción por ciclos.

En el último epígrafe de resultados se introduce la obligatoriedad de la etapa 14-15 y 15-16 años en el sistema educativo español. En él, aparecen comentarios sobre los contenidos y las diferencias entre los desarrollos curriculares de la LOGSE y la LOE.

3.1 Estándar 1: Números, representaciones, relaciones y sistemas de numeración

Las nociones iniciales sobre números racionales que aparecen en los currículos de primaria son las fracciones y números decimales, en los periodos de 7-8 años de edad y de 8-9 años, respectivamente.

En los documentos relativos a la LEP y a la LOE se programa un primer acercamiento al número racional a una edad más temprana, 7-8 años. Este acercamiento se realiza de forma sencilla, relacionando el concepto de fracción con la expresión mitad. Concretamente en la LEP se destacan conceptos y recomendaciones como: Mitad y tercio; inducir la noción de cuarto, octavo y décima; idea de los números decimales: décima y centésima; ejercicios de mitad y tercio; ejercicios sobre décimas y centésimas, utilizando como base las medidas y las monedas. (Ministerio de Educación Nacional, 1955, citado por Díez, 2012, p. 195). Menos explícita es la LOE: “Calcular dobles y mitades de números pares de dos cifras.” (Ministerio de Educación y Ciencia, 2007a, p. 31558).

Así, en ambos currículos (1945 y 2006), se introduce un significado de número racional que expresa comparación multiplicativa y, en el de 1945, se proponen el quebrado y la expresión decimal como diferentes formas de representación de números racionales.

Tabla 2. *Edades en las que se introducen las nociones del primer estándar en cada Ley educativa*

	LEP	LGE	LOGSE	LOE
Noción de Fracción / Quebrado	7-8 años	10-11 años	8-9; 9-10 años	7-8; 8-9 años
Equivalencia de fracciones	9-10 años	11-12 años	Sin mención	10-11; 11-12 años
Representación de fracciones	8-9 años	Sin mención	8-9; 9-10 años	8-9; 9-10 años
Comparación/orden de fracciones	Sin mención	11-12 años	10-11; 11-12 años	8-9; 9-10 años
Paso de fracción a decimal	9-10 años	11-12 años	12-13, 13-14 años	10-11; 11-12 años

		LEP	LGE	LOGSE	LOE
Noción de Decimales	años	7-8	9-10	8-9; 9-10 años	8-9; 9-10 años
Representación de decimales	años	8-9	Sin mención	8-9; 9-10 años	10-11, 11-12 años
Comparación/orden de decimales	mención	Sin mención	11-12 años	10-11; 11-12 años	10-11, 11-12 años
Noción de Porcentaje	mención	Sin mención	Sin mención	Sin mención	8-9; 9-10 años
Uso de los números racionales en la vida cotidiana	mención	Sin mención	Sin mención	Sin mención	10-11; 11-12 años

Destaca el hecho de que el programa de la LGE introduce las fracciones después que los decimales, mientras que en el resto de los programas se introducen de forma simultánea, o con anterioridad. Esta introducción de las fracciones en la LGE se realiza de forma experimental, en primer término, y luego mediante la construcción formal del conjunto de los racionales positivos.

A modo general, los documentos correspondientes a la LEP introducen los contenidos relacionados con el estándar Entender los números, representaciones, relaciones y sistemas de numeración a edad más temprana que los documentos del resto de currículos. Esta edad se atrasa una media de dos años en la LGE, volviendo a adelantarse un año en la LOGSE. Con respecto al paso hacia la LGE, en la mayoría de los casos se mantiene la edad que propone la LOGSE para introducir los contenidos de este estándar. No obstante, en las nociones de comparación y orden de fracciones y paso de fracciones a decimales se adelanta un curso, al contrario que las nociones de representación de números decimales y uso de números racionales en la vida cotidiana que se atrasan en un curso.

Para este estándar se detectan ausencias significativas de contenidos en los programas en algunas de las leyes. En los documentos de la LEP no se menciona la comparación y orden entre fracciones y decimales, los porcentajes y el uso de estos contenidos en la vida cotidiana. En el currículo de la LGE, desaparecen las referencias a la representación de fracciones y decimales y continúan ausentes los porcentajes y el uso en la vida cotidiana de los racionales. En el currículo de la LOGSE no se menciona la equivalencia de fracciones mientras que en el currículo de la LOE hay presencia de todos los contenidos considerados en este estudio (véase la tabla 2).

Si bien no aparecen reflejados en la tabla 2, consideramos relevante mencionar algunos resultados encontrados relacionados con este estándar:

Los documentos de la LGE son los únicos que proponen un acercamiento a los números irracionales a la edad de 12-13 años: “Repaso y ampliación de la teoría de las fracciones. Concepto de número irracional. Propiedades.” (Rico et al., 1985, citado por Díez, 2012, p. 201)

En los documentos de la LOGSE y LOE se mencionan los diferentes significados que los racionales toman en contextos reales, pero en ninguno de los documentos se concretaron cuáles son. Además este último currículo, el de la LOE, es el único que menciona explícitamente las representaciones en la recta numérica:

LOE: Diferentes significados y usos de las fracciones en la vida real (...). Comparación de fracciones sencillas mediante ordenación, representación gráfica y localización en la recta numérica. (Ministerio de Educación y Ciencia, 2007a, pp. 31561-31563)

LOGSE: Números enteros, decimales y fraccionarios. Manejo y significado como expresión de distintas situaciones. (Ministerio de Educación y Ciencia, 1992a, p. 31563)

La normativa para la LOE hace un tratamiento conjunto de decimales y fracciones sin separar la evolución de las dos representaciones. Se hace énfasis en el vocabulario mediante la lectura y escritura de fracciones y decimales. Este currículo presenta como singularidad la necesidad y función de la coma y el uso de decimales y porcentajes en situaciones cotidianas: “Números fraccionarios para expresar particiones y relaciones en contextos reales, utilización del vocabulario adecuado (...). Necesidad y función de la coma. Uso de los números decimales en la vida cotidiana (...). Expresión de partes utilizando porcentajes (...). Leer, escribir y ordenar, utilizando razonamientos apropiados, distintos tipos de números.” (Ministerio de Educación y Ciencia, 2007a, p. 31559).

3.2. Estándar 2: significados de las operaciones y de sus relaciones

En esta categoría los documentos relativos a la LEP vuelven a anticiparse a los demás e introducen esos contenidos a la edad de 8-9 años.

Tabla 3. *Edades en las que se introducen las nociones del segundo estándar en cada Ley educativa*

	LEP	LGE	LOGSE	LOE
+/- de fracciones	8-9 años	11-12 años	10-11;11-12 años	10-11;11-12 años
x/: de fracciones	10-11 años	11-12 años	10-11;11-12 años	10-11;11-12 años
+/- de decimales	8-9 años	9-10 años	10-11;11-12 años	10-11;11-12 años
x/: de decimales	8-9 años	11-12 años	10-11;11-12 años	10-11;11-12 años
Uso de las operaciones en la vida cotidiana	Sin mención	Sin mención	10-11;11-12 años	10-11;11-12 años

En el currículo de la LGE se vuelve a encontrar un retraso significativo de la edad en la que se introducen las nociones con respecto al currículo LEP, en una media de 2 años. Esta edad se adelanta de nuevo y se consolida en los currículos LOGSE y LOE a edades de 10-11, y de 11-12 años. Es en estos dos últimos currículos donde se propone el uso de las operaciones con fracciones y decimales en situaciones familiares o cotidianas.

LOGSE: “Efectuar cálculos con fracciones, teniendo en cuenta que siempre se manejarán fracciones sencillas en contextos familiares de resolución de problemas (...)” (Ministerio de Educación y Ciencia, 1992a, p. 9612).

LOE: “Automatización de los algoritmos para la realización de las cuatro operaciones básicas con distintos tipos de números, y su utilización en situaciones cotidianas y en contextos de resolución de problemas.” (Ministerio de Educación y Ciencia, 2007a, p. 31562).

A diferencia del estándar anterior, los contenidos de esta categoría se introducen de forma conjunta a una misma edad, a excepción del producto y división de fracciones en el currículo LEP, y la suma y resta de decimales en el currículo LGE, que se introducen con un desfase de un año respecto al resto de contenidos.

3.3. Estándar 3: Operar fluidamente y hacer estimaciones razonables

Los datos obtenidos muestran que este estándar es el menos trabajado en los currículos estudiados, al menos hasta 1990 (ver tabla 4).

En los documentos relativos al currículo de la LGE no hay mención a ningún contenido relacionado con esta categoría, y en los currículos de LEP y LOE encontramos varias ausencias, además la edad a la que comienzan a introducirse estos contenidos se va retrasando según las leyes.

Cabe destacar que en los dos últimos currículos se hace alusión directa a los distintos tipos de cálculo: escrito, por estimación, cálculo mental y con calculadora, que hasta entonces no habían sido considerados:

LOGSE: Determinar cuál de los métodos (escrito, mental o con calculadora) es más adecuado en cada situación (...) Utilización de la calculadora de cuatro operaciones, el cálculo mental y algoritmos de lápiz y papel. Decisión sobre qué técnicas aplicar en función de la situación. (Ministerio de Educación y Ciencia, 1992a, pp. 9867-9874).

LOE: Cálculo mental y escrito con porcentajes habituales (...) Elegir la forma de cálculo: mental, escrita o con calculadora, más apropiada a cada situación (...) Desarrollar estrategias de cálculo basadas en el cálculo de porcentajes. (Ministerio de Educación y Ciencia, 2007a, pp. 9610-9614).

Tabla 4. *Edades en las que se introducen las nociones del tercer estándar en cada Ley educativa*

	LEP	LGE	LOGSE	LOE
Ejercicios de cálculo con fracciones	7-8 años	Sin mención	10-11; 11-12 años	7-8 años
Ejercicios de cálculo con decimales	7-8 años	Sin mención	10-11; 11-12 años	12-13 años
Estimación de resultados	Sin mención	Sin mención	10-11; 11-12 años	12-13 años
Cálculo mental	Sin mención	Sin mención	10-11; 11-12 años	12-13 años
Uso de calculadora	Sin mención	Sin mención	10-11; 11-12 años	12-13 años

3.4. Estándar 4: Resolución de problemas

Como en el estándar anterior, el currículo relativo a la LGE omite cualquier referencia a la resolución de problemas sobre números racionales, siendo en los currículos LOGSE y LOE donde toma mayor presencia. Además, en estos dos últimos currículos la resolución de problemas aparece fuertemente ligada a las situaciones cotidianas.

LOGSE: Leer y escribir fracciones, compararlas y ordenarlas, y efectuar cálculos con ellas, teniendo en cuenta que siempre se manejarán fracciones sencillas en contextos familiares de resolución de problemas. (Ministerio de Educación y Ciencia, 1992a, p. 9612)

LOE: “Utilizar conocimiento sobre incrementos y descuentos en actividades relacionadas con la vida cotidiana (...) Resolución de problemas relacionados con la vida cotidiana en los que aparezcan variaciones porcentuales, mediante diversas estrategias (...) Utilizar los números racionales, sus operaciones y propiedades para recoger, transformar e intercambiar información y para resolver problemas relacionados con la vida diaria.” (Ministerio de Educación y Ciencia, 2007b, pp. 31793-31795)

Tabla 5. *Edades en las que se introducen las nociones del cuarto estándar en cada Ley educativa*

	LEP	LGE	LOGSE	LOE
Problemas de fracciones	9-10 años	Sin mención	10-11; 11-12 años	10-11; 11-12 años
Problemas de +/- de fracciones	9-10 años	Sin mención	10-11; 11-12 años	10-11; 11-12 años
Problemas de x/: de fracciones	Sin mención	Sin mención	10-11; 11-12 años	10-11; 11-12 años
Problemas de decimales	9-10 años	Sin mención	12-13; 13-14 años	8-9; 9-10 años
Problemas de +/- de decimales	9-10 años	Sin mención	12-13; 13-14 años	8-9; 9-10 años
Problemas de x/: de decimales	Sin mención	Sin mención	12-13; 13-14 años	10-11; 11-12 años
Problemas de porcentajes	Sin mención	Sin mención	12-13; 13-14 años	10-11; 11-12 años

En relación a la edad de introducción de los problemas, el currículo LEP es el más prematuro, ya que se inician a la edad de 9-10 años, seguido por los de la LOE y la LOGSE. Mientras que el currículo LOGSE da prioridad a la introducción de los problemas con fracciones sobre los problemas con decimales, el currículo LOE adelanta los problemas de decimales sobre los de fracciones. El currículo LEP no contempla los problemas de multiplicación y división ni para fracciones ni para decimales.

De forma singular, la LOE pone énfasis en el empleo de una diversidad de estrategias y variedad de usos en situaciones cotidianas con el objeto de realizar un análisis, producción e interpretación de información, coincidiendo en algún caso de manera literal con lo propugnado en la LOGSE.

LOGSE: “Resolver problemas para los que se precise la utilización de las cuatro operaciones con decimales y fracciones sencillas, eligiendo la forma de cálculo apropiada y valorando la adecuación del resultado al contexto.” (Ministerio de Educación y Ciencia, 1992b, p. 9874)

LOE: “Resolver problemas para los que se precise la utilización de las cuatro operaciones con decimales y fracciones sencillas, eligiendo la forma de cálculo apropiada y valorando la adecuación del resultado al contexto (...) Problemas aritméticos utilizando números fraccionarios. Resolución de problemas relacionados con la vida cotidiana en los que aparezcan variaciones porcentuales, mediante diversas estrategias.” (Ministerio de Educación y Ciencia, 2007b, pp. 31793-31794)

3.5. La etapa 14-15 y 15-16 años en el sistema educativo

Como novedad del currículo de la LOGSE en 1992, por primera vez en el sistema educativo español, la edad obligatoria de escolarización se estableció en los 16 años de edad.

Desde un punto de vista curricular, esto supuso la aparición en los documentos de contenidos que no habían aparecido en currículos anteriores. Así, por ejemplo, se introdujo la potenciación con las nuevas notaciones, las aproximaciones y los errores.

De la comparación de los documentos de la LOGSE y la LOE se extraen algunas reflexiones:

El documento curricular de la LOE (Ministerio de Educación y Ciencia, 2007b) es mucho más preciso que el de la LOGSE (Ministerio de Educación y Ciencia, 1992b) tanto en la descripción de contenidos como en su distribución por cursos y edades. Incluso, a la edad de 15-16 años, en la que se produce una segregación en matemáticas en dos opciones (Opción A, de carácter terminal y Opción B, de carácter propedéutico), el currículo de 2007 concreta los contenidos de cada una de las opciones.

Así, por ejemplo, para el caso de la resolución de problemas, en el currículo LOGSE aparece: “Utilizar convenientemente aproximaciones por defecto y por exceso de los números acotando el error, absoluto o relativo, en un contexto de resolución de problemas, desde la toma de datos hasta la resolución.” (Ministerio de Educación y Ciencia, 1992b, p. 9875). El documento LOE (Ministerio de Educación y Ciencia, 2007b), diferencia de la siguiente forma:

Para 14-15 años: “Utilizar los números racionales, sus operaciones y propiedades para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria.” (p. 31798)

Para 15-16 años (opción A): “Aplicar porcentajes y tasas a la resolución de problemas cotidianos y financieros, valorando la oportunidad de utilizar la hoja de cálculo en función de la cantidad y complejidad de los números.” (p. 31800)

Para 15-16 años (opción B): “Adecuar la solución (exacta o aproximada) a la precisión exigida en el problema, particularmente cuando se trabaja con potencias, radicales o fracciones.” (p. 31802)

En general, en esta nueva etapa, se repasan las relaciones entre fracciones y decimales, los porcentajes y las distintas representaciones de los racionales. Todo ello visto desde un punto de vista aplicado, dentro de situaciones cotidianas, o de la economía y las finanzas, para dar sentido a la interpretación de los resultados. En este sentido las aproximaciones y el control de los errores cobran especial importancia. Se introduce, como novedad en el currículo de 2007, la hoja de cálculo como herramienta para la resolución de problemas, siempre que su uso esté justificado.

3.6. Balance de resultados

La revisión realizada muestra que el sistema de los números racionales es una estructura conceptual cuyo estudio en la educación obligatoria ha evolucionado y se ha consolidado en su aspecto prescriptivo a lo largo del tiempo. Los distintos currículos han ido ampliando los contenidos de este tópico y lo han acercado a estándares internacionales. La excepción estuvo en el currículo LGE, con menor desarrollo en lo que se refiere a este tópico matemático.

Tabla 6. *Contenidos en los diferentes documentos curriculares según los estándares del NTCM*

<i>Estándar</i>	<i>Total Contenido</i>	<i>LEP</i>	<i>LGE</i>	<i>LOGSE</i>	<i>LOE</i>
Entender los números, representaciones, relaciones y sistemas de numeración	10	6	5	6	10
Entender los significados de las operaciones y cómo se relacionan unas con otras	5	4	4	5	5
Operar fluidamente y hacer estimaciones razonables	5	2	0	5	5
Resolución de problemas	6	4	0	6	6
Total	26	16	9	22	26
	6	(62%)	(35%)	(85%)	(100%)

Observamos que los estándares operar fluidamente y hacer estimaciones razonables, y resolución de problemas, tuvieron presencia en el currículo LEP, desaparecieron por completo en el currículo de la LGE y se afianzaron en los de la LOGSE y de la LOE (ver Tabla 6).

El estudio también pone de manifiesto que el currículo de la LGE introdujo las nociones relacionadas con los números racionales a una edad más temprana que el resto de programas. Los resultados proporcionados en las tablas 2 a 5 y resumidos en la tabla 7, muestran un aumento significativo del contenido curricular sobre racionales en la etapa de 10-11 y 11-12 años, así como diferencias notables entre los programas que se derivan de estas leyes.

Tabla 7. *Edad de aparición (moda) en los documentos curriculares de los estándares del NTCM.*

	<i>LEP</i>	<i>LGE</i>	<i>LOGSE</i>	<i>LOE</i>
Entender los números, representaciones, relaciones y sistemas de numeración	8-9 años	11-12 años	10-11;11-12 años	10-11;11-12 años
Entender los significados de las operaciones y cómo se relacionan unas con otras	8-9 años	11-12 años	10-11;11-12 años	10-11;11-12 años

Operar fluidamente y hacer estimaciones razonables	7-8 años	10-11;11-12 años	12-13 años
Resolución de problemas	9-10 años	12-13;13-14 años	10-11;11-12 años

En algunas nociones se pueden encontrar diferencias entre la etapa en que se introdujeron, y en el grado de profundidad con el que se plantearon. Un ejemplo son los números decimales. Mientras que los currículos LEP y LGE mencionaron el trabajo con decimales hasta la milésima, el primero a los 8-9 años y el segundo a partir de los 9-10 años, esta precisión se redujo hasta los dos dígitos decimales en las siguientes propuestas curriculares. Así, en la ley de 1990 se puede leer en la etapa 10-11 y 11-12 años: “Leer, escribir y ordenar números decimales, interpretando el valor de cada una de sus cifras (hasta las centésimas).” (Ministerio de Educación y Ciencia, 1992a, p. 9616). Y en el documento curricular de la LOE se menciona a esa misma edad: “Correspondencia entre fracciones sencillas, decimales (de hasta dos dígitos decimales) y porcentajes.” (Ministerio de Educación y Ciencia 2007a, p. 31562).

Finalmente, los resultados muestran diferencias entre los documentos curriculares, entre las que resaltan las siguientes:

- Las diferentes representaciones de un número racional (fracción/quebrado, decimal, porcentaje y gráfica) sólo están explícitas en los documentos de la LOE. La lectura y la escritura de fracciones y decimales empezaron a mencionarse explícitamente a partir de 1992.
- Desde la LOGSE, la resolución de problemas siempre estuvo ligada a situaciones cotidianas. Tomó mayor importancia entender la información que aportan los números que la solución matemática del problema.
- En relación con los diferentes significados o interpretaciones de los números racionales, el currículo LEP los introdujo a los 10-11 años y el currículo LOE, a los 10-11 y 11-12 años (como operador), y a los 12-13 años, mencionando explícitamente diferentes significados. En los currículos LGE y LOGSE no se alude a ellos.
- En la LOGSE, la aparición de las actitudes positivas hacia el uso de números incluyó contenidos actitudinales, que aportaron una visión innovadora no considerada anteriormente.

4. Discusión

La LEP se promulga en un momento delicado para la población española. La situación económica precaria después de la guerra civil no era el marco ideal para prestar atención a aspectos teóricos de la matemática escolar. La matemática que se propone es austera, con un mínimo de conceptos teóricos y preponderancia de las destrezas y algoritmos de cálculo. En la práctica escolar no se atiende apenas a los aspectos formativos y es la parte instrumental la que acapara toda la atención en la enseñanza de la matemática. Entre las nociones instrumentales indispensables aparecen las nociones de Cálculo que priorizan la precisión y rapidez en la ejecución de las operaciones aritméticas (Rico y Sierra, 1994). La LEP se promulga en un momento de influencia del conductismo como fundamento del aprendizaje escolar, destacando los contenidos de las matemáticas escolares que permiten una práctica repetitiva y su memorización: cálculos aritméticos y fomento de la realización de cálculos a partir de expresiones complicadas, como los castillos de fracciones. Esto concuerda con el

hecho de que sea en la LEP cuando se inicia a edad más temprana (7-8 años) el cálculo algorítmico con fracciones. Tampoco promueve el cálculo mental pese a ser una habilidad de reconocido valor educativo a principios de siglo XX, tal como recoge el diccionario de legislación de Fernández-Ascarza (1924): “Cuidarán mucho los maestros de ejercitar a los discípulos en el cálculo mental, de memoria o de cabeza, como suele decirse, por las reconocidas ventajas de esta práctica.” (p. 67)

Posteriormente, cuando se promulga la LGE, las condiciones socioeconómicas de España han cambiado; las teorías constructivistas calaron en el sistema educativo español, fundamentalmente los planteamientos de Piaget; desde una perspectiva epistemológica las teorías sobre la fundamentación de la matemática a partir de la teorías de conjuntos y la lógica matemática están en pleno apogeo, dando lugar a lo que se conoce como la “matemática moderna”. Ambas corrientes, la psicológica y la epistemológica, las sintetiza Piaget mediante su interpretación de las estructuras mentales basada en las estructuras lógico-matemáticas (Beth y Piaget, 1961). La matemática moderna había calado ya en los estudios universitarios de matemáticas, por la influencia de la Escuela Francesa, especialmente la bourbakista. En 1971 la LGE implanta la matemática moderna en la enseñanza obligatoria como imitación de lo ya realizado en estudios universitarios de matemáticas. En este contexto, el estudio de la aritmética, y concretamente el de los racionales, considera importante su construcción lógico-matemática. Se fomenta la definición de los conceptos desde un punto de vista lógico deductivo, a partir de los fundamentos que proporcionaba la teoría de conjuntos. En este enfoque, la resolución de problemas pierde importancia y queda relegada al olvido; entre otras capacidades, operar fluidamente y hacer estimaciones no tuvieron cabida en estos planteamientos curriculares.

Pero desde los inicios de este enfoque surgieron críticas profundas considerándolo y un error pedagógico y psicológico (Thom, 1970), es decir, un fracaso didáctico (Kline, 1976). Estas críticas destacaron que se prestara poca atención escolar a las destrezas básicas y a la aplicación de las matemáticas, demasiado abstractas para niños y jóvenes. También incidió la escasa o nula formación de los profesores en el enfoque conjuntista y estructural de la matemática, junto con el hecho de que los padres no pudieron ayudar a sus hijos. Avanzada la década de los 70 se impulsó una reforma, cuyas directrices se plasmaron en un documento que tuvo gran influencia en el cambio: *An Agenda for Action* (NCTM, 1980). Este documento enfatizó que la resolución de problemas debería ser el centro de atención en las matemáticas escolares. Esta orientación llegó a España y se recogió en la propuestas curriculares de matemáticas de la LOGSE y la LOE y tampoco se obvió en la LOMCE.

Esta evolución queda reflejada en el análisis realizado en el contexto de los números racionales. Las semejanzas y diferencias entre las propuestas analizadas ponen de manifiesto la importancia en cada momento del contexto social, de las prioridades formativas y del modo de entender las matemáticas escolares, su enseñanza y su aprendizaje.

Agradecimientos

Este trabajo está vinculado con el proyecto de Tesis Doctoral “Significados de las fracciones en las matemáticas escolares y formación inicial de maestros” de Elena Castro Rodríguez, dentro del programa de doctorado de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Se ha llevado a cabo con el apoyo del proyecto de investigación “Procesos de Aprendizaje del Profesor de Matemáticas en Formación” (EDU2012-33030) del

Plan Nacional de I+D+I y del Grupo “FQM-193. Didáctica de la Matemática. Pensamiento Numérico” del Plan Andaluz de Investigación, Desarrollo e Innovación de la Junta de Andalucía.

Referencias bibliográficas

- Bennett, J. (2005). Curriculum issues in national policy-making. *European Early Childhood Education Research Journal*, 13(2), 5-23.
- Beth, E.W. y Piaget, J. (1961). *Épistémologie mathématique et psychologie: essai sur les relations entre la logique formelle et la pensée réelle*. Paris: Presses Universitaires de France.
- Calderhead, J. (2001). International Experiences of Teaching Reform. En V. Richardson (Ed.), *Handbook of Research on Teaching* (pp. 777-800). Washington, D.C.: American Educational Research Association.
- Carpenter, T. P., Fennema, E. y Romberg, T. A. (Eds.). (1993). *Rational numbers: An integration of research*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Coll, C. y Sánchez, E. (2008). Presentación. El análisis de la interacción alumno-profesor: líneas de investigación. *Revista de Educación*, 346, 15-32.
- Drake, T. A. (2011). U. S. Comparative and international graduate programs: An overview of programmatic size, relevance, philosophy, and methodology. *Peabody Journal of Education*, 86(2), 189-210.
- Díez, A. (2012). *Evaluación del rendimiento aritmético. Un estudio comparativo*. Universidad de Granada.
- Domoney, B. (2001). Student teachers' understanding of rational numbers. En J. Winter (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics* (vol. 21, num. 3, pp. 13-18). Southampton: BSRLM.
- Fernández-Ascarza, V. (1924). *Diccionario de legislación de primera enseñanza*. Madrid: Lib. De Hernando y Cía.
- Harris, R. y Burn, K. (2011). Curriculum theory, curriculum policy and the problem of ill-disciplined thinking. *Journal of Education Policy*, 26(2), 245-261.
- Hernández, R., Fernández-Collado, C. Y Baptista, P. (2008). (4 ed.) *Metodología de la investigación*. México, D. F.: Mc Graw Hill.
- Jonnaert, P., Barrette, J. Masciotra, D. y Yaya, M. (2008). La competencia como organizadora de los programas de formación: hacia un desempeño competente. *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*, 12(3), 1-32.
- McMillan, J. H. y Schumacher, S. (2005). *Investigación Educativa* (5 ed.). Madrid: Pearson Addison Wesley.
- Kline, M. (1976). *Why Johnny Can't Add: The Failure of the New Mathematics*, New York: St. Martin's Press.
- Ministerio de Educación Nacional (1955). *Cuestionarios nacionales para la enseñanza primaria*. Madrid: Dirección General de Enseñanza Primaria del Ministerio de Educación.